Session de 1975

CONCOURS SPECIAL DE RECRUTEMENT
AUX GRANDES ECOLES SCIENTIFIQUES

CALCUL NUMERIQUE

- I -

Soit la fonction F de la variable réelle z :

$$z \longmapsto F(z) = e^{\frac{7\pi}{3}z} - \sqrt{3}\, z - 1.$$

On acceptera, sans les vérifier, les informations suivantes :

l'équation $F(z) = 0$ possède une racine négative notée c,

$$-0{,}57 < c < -0{,}56$$
$$+0{,}00\ 253 < F(-0{,}57) < +0{,}00\ 261$$
$$-0{,}01\ 360 < F(-0{,}56) < -0{,}01\ 352$$

1°) Calculer la valeur décimale approchée de c à 5×10^{-5} près, qui a 4 chiffres après la virgule ; on désignera par $\bar{c}$ cette valeur approchée. Indication : on pourra appliquer simultanément, et une seule fois, la méthode des parties proportionnelles et la méthode de Newton à partir des informations données ci-dessus, mais toute autre méthode sera acceptée, pourvu qu'il soit clairement prouvé que $|c - \bar{c}| < 5 \times 10^{-5}$.

(Il est prudent de vérifier ce calcul préliminaire, car le nombre $\bar{c}$ sera utilisé par la suite.

2°) Calculer, avec la précision des tables usuelles, une valeur approchée de l'angle φ défini par :

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0 \qquad \operatorname{cotg} \varphi = c$$

soit $\bar{\varphi}$ cette valeur approchée exprimée en radian ; donner un majorant judicieux de $|\varphi - \bar{\varphi}|$ en tenant compte de l'incertitude 5×10^{-5} sur c et des approximations de calcul. Exprimer aussi $\bar{\varphi}$ en degrés sexagésimaux.

- II -

φ est l'angle dont on vient de calculer la valeur approchée $\bar{\varphi}$;
$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires des axes Ox et Oy, d'un repère orthonormé direct du plan orienté.

Soit M le point défini par l'égalité :

$$\overrightarrow{OM} = \vec{u} + \lambda \vec{v}$$

où $\vec{u} = (\cos t)\vec{i} + (\sin t)\vec{j}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{u}}{dt} \qquad \lambda = \operatorname{tg} \varphi \left(1 - e^{t \operatorname{cotg} \varphi}\right)$$

Lorsque le paramètre t varie de 0 à $+\infty$, M décrit une courbe (Γ).

1°) Soit $\vec{W}$ le vecteur dérivé $\vec{W} = \frac{d(\overrightarrow{OM})}{dt}$; calculer, en fonction de φ, l'angle orienté $(\vec{v}, \vec{W})$ du vecteur $\vec{v}$ avec le vecteur $\vec{W}$.

2°) Exprimer en fonction de t le rayon de courbure R de (Γ) au point M de paramètre t. Calculer ce rayon au point A de paramètre t = 0 et au point B de paramètre $t = \frac{7\pi}{3}$; dans ce dernier cas, donner une valeur décimale approchée de R à 5×10^{-4} près. (On observera que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i}$). Ecrire l'équation polaire de la développée $(\mathcal{D})$ de (Γ) ; reconnaître en $(\mathcal{D})$ une courbe familière, ou bien tracer $(\mathcal{D})$.

3°) Vérifier, les propriétés suivantes :

quand t croît de 0 à $+\infty$, λ décroît de 0 à tg φ et la distance OM croît de 0 à $\frac{1}{\cos\varphi}$; la courbe (Γ) coupe le demi-axe Ox, d'origine 0 et de sens $\vec{i}$, en une suite de points dont les abscisses forment une suite croissante de terme général x_n ; les premiers termes sont $x_0 = 1$ et $x_1 = 2$; la suite converge et sa limite est $\ell = \frac{1}{\cos\varphi}$.

On demande de déterminer le rang p tel que :

$$\ell - x_{p+1} < 5 \times 10^{-6} < \ell - x_p$$

Session de 1975

CONCOURS SPECIAL DE RECRUTEMENT
AUX GRANDES ECOLES SCIENTIFIQUES

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

INSTRUCTIONS :

Les projections demandées au paragraphe II seront tracées en trait noir fort avec leur ponctuation ; toutes les autres lignes seront tracées en trait fin rouge.

La notice sera réduite à l'explication des constructions effectuées pour la détermination des points sur le contour apparent horizontal de la surface $(\mathcal{U})$ (question I 5°).

DONNEES :

Elles sont exprimées en millimètres.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé Oxyz. Sur l'épure: Ox, porté par le grand axe de la feuille, est orienté de haut en bas ; Oy, porté par le petit axe de la feuille, est orienté de gauche à droite ; Oz, porté par le grand axe de la feuille, est orienté de bas en haut.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail